

在 Matlab/Simulink 仿真平台上演示和模拟高分子的粘弹性

何佩华, 吴若峰*

(上海大学高分子材料系, 上海 201800)

摘要: 设计了基于 Matlab/Simulink 的高分子粘弹性计算机辅助教学(CAI)软件。计算机程序由各种功能模块根据聚合物的粘弹性原理连接组合而成, 通过点击模块可以输入和修改实验数据和模拟参数, 运行后可以从虚拟的“示波器”、“数字显示屏”和“XY 记录仪”上显示模拟结果。该软件可演示和模拟高分子材料的静态和动态粘弹性行为, 如形变的滞后效应、动态力学损耗、Boltzmann 叠加和自由振动衰减曲线等。该软件不仅可用于高分子物理课程的教学演示, 也能够应用于高分子材料的设计和研究。

关键词: 高分子粘弹性; 滞后; Boltzmann 叠加; 自由振动衰减曲线; 计算机辅助教学

高分子材料在外力作用下的形变与时间有关, 这种兼有固体弹性和液体粘性的特性, 称为粘弹性。高分子材料力学松弛的 Boltzmann 叠加、交变力场中的高分子材料应变落后于应力的滞后现象及由此产生的力学损耗, 是高分子材料粘弹性的体现。高分子材料的粘弹性与其实际应用关系甚为密切, 因而是“高分子物理”课程中的重点教学内容^[1]。但是高分子粘弹性理论涉及较多的数学推导, 比较抽象, 是高分子物理教与学的一个难点。何平笙等有一系列教学论文研讨高分子粘弹性教学^[2~4]。作者则尝试用 Matlab/Simulink 开发了一组既能演示又能模拟高分子粘弹性表现的计算机辅助教学软件。

Matlab 是一种用于科学与工程计算的计算机高级语言, 功能十分强大, 其所附带的 Simulink 是一个用来对动态系统进行建模、仿真和分析的软件包^[5], 近年来, Simulink 已经成为科学研究中对动态系统进行建模的有力工具^[6~8], 作者曾用 Simulink 研究了高分子的力学松弛和应力史效应^[9, 10]。Simulink 同样可以应用于高分子教学, 通过对这个软件包的各种功能模块进行连接、组合, 可以方便地建立仿真模型并从模型的虚拟输出(示波器、数显屏、XY 记录仪)中得到仿真结果, 直观地认识高分子在动态力场作用下的粘弹性行为。如果改变输入参数, 还可模拟高分子粘弹性行为的变化。这样, 通过软件的演示和模拟, 可以加深学生对高分子粘弹性知识的理解, 有较好的教学效果。

目前, 作者在 Matlab/Simulink 平台上设计了三个 CAI 软件, 它们的功能分别是:

1 演示和模拟高分子材料的滞后现象和力学损耗

高聚物作为结构材料, 实际应用中往往受到交变力(应力大小呈周期性变化)的作用。

行驶中的橡胶轮胎, 受到一定频率的外力, 产生交替变化的应变, 用数学式表示可写成

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin \omega t \quad (1)$$

式中, σ_0 是应力最大值, ω 是外力变化的角频率, $\omega = 2\pi\nu$, ν 是频率, t 是时间。

由于高分子链段在运动时受到内摩擦力的作用, 外力变化时, 链段的运动跟不上外力的变化, 所以产生的形变落后于应力, 有一个相位差。这就是滞后现象, 用数学式可表示为

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin(\omega t - \delta) \quad (2)$$

式中, ϵ_0 是形变的最大值, δ 是相位差。

以橡胶的拉伸-回缩循环和拉伸-压缩循环的应力~应变曲线为例, 由于滞后现象, 同一时刻拉伸的

基金项目: 上海市重点课程建设项目“高分子研究方法”(2002-2003);

作者简介: 何佩华(1980—), 女, 硕士生, 从事高分子物理和计算机模拟研究。

* 通讯联系人, E-mail: wuruofe55@sina.com

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

应变跟不上应力的变化,达不到相对应的平衡应变值,即在应力~应变图中位于对角线上方,回缩时则相反。外力对橡胶所做的功和橡胶对外力作做的功分别相当于拉伸曲线和回缩曲线下所包围的面积,两者的面积差即为拉伸-回缩循环中所消耗的能量。对于拉伸-压缩循环来说,其应力~应变曲线是闭合的,称为“滞后圈”。

滞后圈的大小为单位体积的橡胶在每一个拉伸-压缩循环中所损耗的功。如果应力曲线是正弦波型的,应变曲线则是滞后一定相位的正弦波型曲线。损耗的功为:

$$\Delta \omega = \sigma_0 \epsilon_0 \omega \int_0^{2\pi/\omega} \sin \omega t \cos(\omega t - \delta) dt$$

(3)

图 1 是根据式(1)~(3)而设计的 Matlab/Simulink 程序主界面,它由 Matlab/Simulink 提供的各种功能模块及自行设计组装的子系统相互连接而成,各个模块(子系统)根据模拟条件设置不同的参数。如(1-Stress)为应力子系统,能生成各种复杂形式的正弦应力信号,(2-Strain)为应变子系统,能生成滞后时间可调的应变信号。运算过程中的信号图像和最后的计算结果分别在示波器、数字显示屏和 XY 记录仪显示。程序不但可模拟恒幅恒频下的应力/应变~时间曲线和滞后圈,而且能模拟变频变幅情况下的应力/应变~时间曲线和滞后圈。

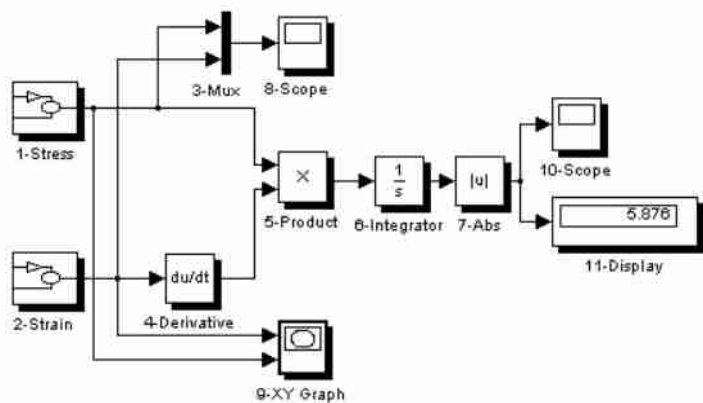


图 1 基于 Matlab/Simulink 的模拟程序主界面

Figure 1 The chief interface of simulation program based on Matlab/Simulink

图 2 是振幅恒速递减的正弦应力作用下的仿真结果。图 2(a)是“示波器”上显示的振幅恒速递减的正弦应力作用下的应力/应变~时间曲线,可以看到应力振幅以每秒 2%的速度恒速递减,50s 时应力振幅降为零,应变始终落后于应力一个相位差。图 2(b)是“XY 记录仪”上显示的图像,其中纵坐标是应力,横坐标是应变,由于应变落后于应力,应力~应变曲线无论在前半周还是后半周,都会偏离平衡曲线而形成滞后圈,滞后圈的面积为力学损耗。如果应力振幅恒定不变,则滞后圈由若干个相同的封闭椭圆形叠加而成。在本例中,因为应力振幅恒速递减,则形成的滞后圈为连续向内缩小的螺旋形,力学损耗是各个螺旋围成面积之和,在数字显示屏上显示。

2 演示和模拟恒速变化应力下的高分子蠕变的 Boltzmann 叠加

Boltzmann 叠加是高分子物理中一个非常重要的原理,何平笙在其专著^[11]中有详细论述。该原理指出:高分子的力学松弛行为是其整个历史上各个松弛过程的线性加和的结果,对于蠕变过程, t 时刻的高聚物材料的应变是由该时刻所加应力产生的应变与之前应变加和的结果;各个应力产生的应变是独立的,但总的应变可将各应变叠加求得。这样就可根据有限的数据来预测较宽范围内的高聚物材料的力学性质。

蠕变实验中,高聚物粘弹体的应力、应变和蠕变柔量具有如下关系:

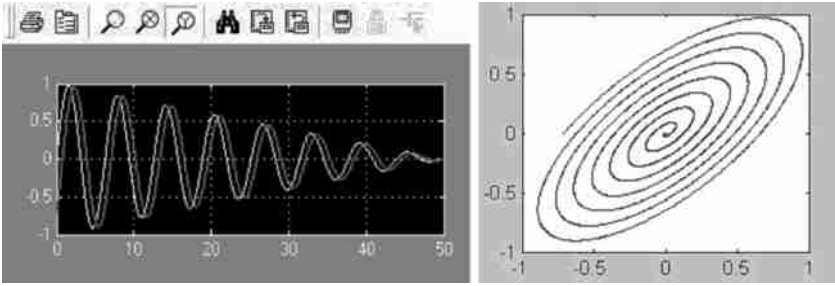


图 2 变幅正弦应力作用下的应力/应变曲线(a)和滞后圈(b)

Figure 2 The stress/strain curve(a)and hysteresis loop(b)
under sine stress with converting emplitude

$$\epsilon(t) = \sigma D(t) \tag{4}$$

式中 $D(t)$ 是蠕变柔量。当有若干个应力相继作用在同一粘弹体上时,根据 Boltzmann 叠加原理,总的应变是诸个应变的线性加和,也就是说,如果 $\Delta\sigma_1、\Delta\sigma_2、\Delta\sigma_3、\cdots、\Delta\sigma_n$ 分别于时刻 $u_1、u_2、u_3、\cdots、u_n$ 加到试样上,则总应变为:

$$\epsilon(t) = \Delta\sigma_1 D(t-u_1) + \Delta\sigma_2 D(t-u_2) + \Delta\sigma_3 D(t-u_3) + \cdots + \Delta\sigma_n D(t-u_n) = \sum_{i=1}^n \Delta\sigma_i D(t-u_i) \tag{5}$$

如应力连续变化,则可用积分形式表示:

$$\epsilon(t) = \int_{-\infty}^t D(t-u) d\sigma(u) \tag{6}$$

作者设计的 Boltzmann 叠加模拟程序,可以模拟各种连续变化的应力,包括恒速应力、周期变化应力等。

图 3 是“示波器”上显示的恒速应力的 Boltzmann 叠加产生的应变曲线。其中,预设材料的松弛时间 τ 为 20s,从 $t=0$ 时开始,以 $\frac{d\sigma}{dt}=1$ 的速度对高聚物增加应力。

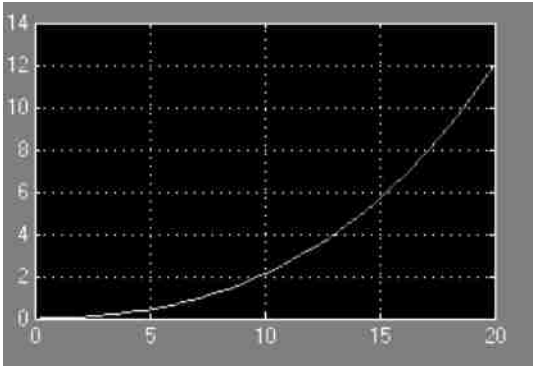


图 3 恒速变化应力下形变的 Boltzmann 叠加

Figure 3 Boltzmann superimposition of strain under
changed stress with constant rate

3 演示和模拟高分子材料的自由振动衰减曲线

测定高聚物粘弹性的方法很多,其中用动态扭摆仪的扭摆法是较为常用的一种。高聚物试样一端固定,另一端与一个自由振动的惯性体相连。当外力使惯性体扭转一个角度时,试样受到一扭转变形,外力除去之后,由于试样的弹性回复力使惯性体开始做扭转自由振动。由于试样内部高分子的内摩擦作用,振动受到阻尼衰减,振幅随时间增加而减小,记录下的曲线称为自由衰减振动曲线,或阻尼衰减振动曲线。

力学损耗常用对数减量 Δ 来衡量,其定义为相邻两个振幅之比的自然对数,即

$$\Delta = \ln \frac{A_1}{A_2} = \ln \frac{A_2}{A_3} = \cdots = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} \tag{7}$$

式中 $A_1、A_2、A_3、\cdots、A_n、A_{n+1}$ 分别为第 1、2、3、 $\cdots、n、n+1$ 个振幅的宽度, n 为正整数。由于

$$\tan \delta \approx \frac{\Delta}{\pi} \tag{8}$$

$$\Delta \approx \pi \tan \delta \tag{9}$$

根据以上原理,建立自由振动衰减曲线的演示和模拟程序,该程序中,振幅模块设置的衰减函数式为 $\exp(-ku(1))$

式中 $u(1)$ 对应模块(Time),为时间变量; k 为衰减常数,表示为 $u(1)$ 的斜率。从图 4 中可以看出,衰减常

数 k 越大,其衰减越快。

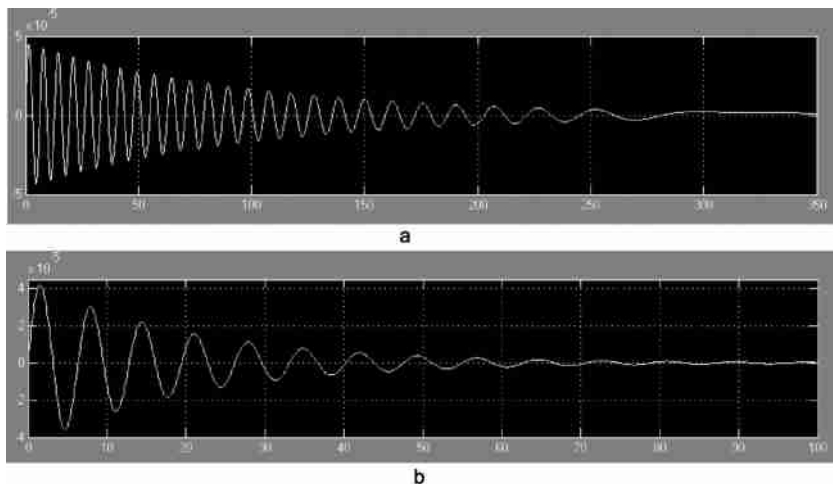


图 4 Matlab/Simulink 模拟的自由振动衰减曲线

(a)衰减常数 k 为 0.01, (b)衰减常数 k 为 0.05

Figure 4 Free vibration decay curve of polymer simulated by Matlab/Simulink

(a) decay constant k is 0.01 (b) decay constant k is 0.05

在“高分子物理”课程教学中使用了如上所建的 CAI 软件。作为一个多媒体演示软件,它的动态图象和曲线弥补了传统教学方法“黑板+粉笔”的不足,生动地配合了课堂讲授;作为一个计算机模拟软件,它又可以让同学自行改变各模型的参数,进行仿真试验,观察和分析仿真结果。这一软件的使用,使高分子粘弹性理论的课程内容得到具体的、动态的表现,有效调动了学生的学习兴趣,增进了对课程内容的理解,收到了令人满意的教学效果。

参考文献:

- [1] 马德柱,何平笙,徐种德,周漪琴. 高聚物的结构与性能(第二版),北京:科学出版社,2003.
- [2] 何平笙,朱平平,杨海洋. 高分子通报,2001,(5),74~79.
- [3] 何平笙,杨海洋,朱平平. 化学通报,2004,67(9),705~706.
- [4] 何平笙,杨海洋,朱平平. 化学通报(网络版),2004,67(6),w053,1~3.
- [5] 范影乐,杨胜天,李轶. MATLAB 仿真应用详解,北京:人民邮电出版社,2001.
- [6] Harriet B N. IIE Transactions, 1998, 30,247~256.
- [7] 张 励,陈建平. 上海交通大学学报,2000,34(6):786~788.
- [8] 叶美盈. 云南师范大学学报,2000,20(2):33~36.
- [9] 王 征,吴若峰. 功能高分子学报,2002,15(4):466~468.
- [10] 王 征,吴若峰. 计算机仿真,2003,20(3):104~106.
- [11] 何平笙. 高聚物的力学性能,合肥:中国科学技术大学出版社,1997.

(下转第 141 页)

作者用高级语言 VB,准确地编制出了单体瞬时配比-转化率曲线($G_1 \sim C$)、共聚物瞬时组成-转化率曲线($F_1 \sim C$)及共聚物平均组成-转化率曲线($F_1 \sim C$)的程序,可动态地展示单体瞬时配比、共聚物瞬时组成以及共聚物平均组成随着聚合反应进行发生的变化,如图 10、图 11 所示,模拟共聚合过程,把原本很抽象的问题可直观地展示出来,使学生迅速、扎实地掌握相关知识,既提高了教学效率,又使学生的思维能力得到了培养,综合素质得以提高。

参考文献:

[1] 潘祖仁. 高分子化学(第三版). 北京: 化学工业出版社, 2003.
[2] 张子勇. 高分子通报, 2002, 4: 77~80.

The Development of Multimedia Teaching System for Polymer Chemistry Course

GU Ya-xin¹, XU Zi-wen², LIU Yun-xue¹, FAN Zhao-rong¹

(¹. College of Material Science and Engineering,
². College of Foreign Language, Shenyang Jiaozhu University, Shenyang 110168, China)

Abstract: Multimedia Teaching System is designed by use of the multimedia technologies, with the multimedia producer Authorware playing the main role aided by the advanced language VB and other leading multimedia producers. It is made up of such eight modules as an introduction, radical polymerization, radical *co*-polymerization, ionic polymerization, coordination polymerization, the preparation method of chain polymerization, step reaction polymerization and chemical reaction of polymers. Each module is divided into four parts, that is, specific chapters, requirements of each chapter, extension and assignment, interface technologies make it come true to type in contents, delete, modify, search and reading material and so on. It can serve as not only an efficient tool for polymer chemistry teachers to teach in class, but also a helpful approach for students to do exercises and persue references. It is a useful supplementary computer teaching software with advantages of convenience, simplicity and high efficiency.

Key words: Polymer Chemistry; Multimedia; Teaching software

(上接第 136 页)

Demonstration and Simulation of Polymer Viscoelasticity
Based on Matlab/Simulink

HE Pei-hua, WU Ruo-feng

(Department of Polymer Material, Shanghai University, Shanghai 201800, China)

Abstract: CAI (computer assistant instruction) software of polymer viscoelasticity was designed based on Matlab/Simulink. The computer programs consisted of various functional modules according to the viscoelasticity priciple of polymer. Experimental data and simulation parameters may be input and modified by clicking the corresponding modules. The direct-viewing simulation results will be obtained from the output modules such as oscilloscope, digital display and XY recorder. This software can demonstrate and simulate the viscoelasticity behavior of polymer both in static and dynamic state, such as hysteresis effect, dynamic mechanical loss, Boltzmann superimposition of strain and free vibration decay curve. The software can be used not only for instruction demonstration in polymer physics course, but also for design and study of polymer materials.

Key words: Polymer viscoelasticity; Hysteresis; Boltzmann superimposition; Free vibration decay curve; CAI